

จุดผิดพลาดในหนังสือ O-NET สนทนา 1-2

อัปเดตล่าสุด - 1 กุมภาพันธ์ 2560

เล่ม 1

- หน้า 10 ตัวอย่างข้อ 4. แก่จาก $\{2, -2\}$ เป็น $\{2\}$ (จำนวนเฉพาะเป็นบวกเท่านั้น)
หน้า 12 ตัวอย่างสองกรอบ แก่เซต A จาก จำนวนเฉพาะบวก เป็น จำนวนเฉพาะ
หน้า 14 ตัวอย่างข้อ 3. ตัดเครื่องหมาย \pm ออกทั้งหมด
หน้า 44 บรรทัดที่ 9 นับจากล่าง แก่จาก J เป็น K ^[1]
หน้า 188 บนเส้นจำนวน แก่จาก $-4, 4$ เป็น $-5, 5$ ^[2]
หน้า 193 ข้อ 50. แก่จาก คือข้อใด เป็น เท่ากับเท่าใด
หน้า 200 ข้อ 5.3 แก่จาก มีสมบัติปิดการลบ เป็น ไม่มีสมบัติปิดการลบ
เพราะจำนวนที่เท่ากันลบกันได้ 0 ^[3]
หน้า 207 บรรทัดที่ 8 แก่จาก อย่างเช่นเช่น เป็น อย่างเช่น
หน้า 233 บรรทัดที่ 12 แก่จาก -10 เป็น -2 ^[2]
หน้า 287 ข้อ 26. แก่จาก 600 ทุกตัวเป็น 120 และได้คำตอบ 1870 ^[2]

เล่ม 2

- หน้า 9 ในรอบตัวอย่าง แก่จาก จำนวนเฉพาะบวก เป็น จำนวนเฉพาะ
หน้า 33 ข้อ 12. (ข) แก่จาก $x^2 - 2x$ เป็น $2x - x^2$
หน้า 37 และ 40 ข้อ 17.2 แก่โจทย์จาก $2\sqrt{2}$ เป็น $2k\sqrt{2}$ ^[3+2]
หน้า 95 ก่อนถึงตัวอย่าง แก่จาก $-3, 6, -12$ ตอบ -9 เป็น $-3, -6, -12$ ตอบ -21 ^[2]
หน้า 96 ตัวอย่างบน ข้อ 7. เปลี่ยนคำถามจาก a_5 เป็น a_6 ^[2]
หน้า 111 ข้อ 41. แก่จาก 20 เป็น 15
หน้า 139 บรรทัดสุดท้าย แก่จาก $1 \times 3 \times 3$ เป็น $1 \times 1 \times 3$ ^[4+3]
หน้า 145 ข้อ 7. บรรทัดสุดท้าย ตัดคำว่า ตอบ ทิ้งไป ^[5]
หน้า 189 ข้อ 75. แก่จาก หลายเลข เป็น หมายเลข
หน้า 215 ข้อ 6. บรรทัดที่ 5 แก่จาก คสามถึ เป็น ความถึ
หน้า 287 ข้อ 88. แก่จาก 28 เป็น 27



ขอขอบคุณท่านผู้อ่านที่ช่วยแจ้งจุดผิดครับ

- [1] แจ้งโดยคุณณัฐ สีน้าเงิน [2] แจ้งโดยคุณคุณเนียร์ เชราลี
[3] แจ้งโดยคุณบุญช่วย ภัทรเลิศศิริ [4] แจ้งโดยคุณจิระเวช กิรติกสิกร
[5] แจ้งโดยคุณวงศกร ชูเกษม

รวมจุดผิดใน O-NET สนทนา 1-2

ฉบับตีพิมพ์จำหน่ายในช่วงปี 2555-60

อัปเดตล่าสุด 01/02/60

ไฟล์นี้รวบรวมหน้าที่มีการแก้ไขจุดผิดทั้งหมด (เช่น คัดเลขผิด พิมพ์ผิด ตกหล่น)
โดยตีกรอบ "จุดที่แก้ไขแล้ว" ด้วยสีแดง

- คุณผู้อ่านสามารถ print ไปใช้งานแทนหน้าเดิมจากหนังสือได้เลยครับ
- ถ้าต้องการเฉพาะหน้าหนังสือ (ไม่มีกรอบสีแดง) ให้สั่งพิมพ์ document only
 - ถ้าต้องการให้มีกรอบสีแดงด้วย ให้สั่งพิมพ์แบบ document and markup

ขอบคุณทุกท่านที่ช่วยอุดหนุน ช่วยแจ้งจุดผิด
และติดตามผลงานของผมเสมอมาครับ

แปลว่าเซตที่มีเซตอยู่ข้างในแบบนี้ก็เป็นไปได้ $\{1, 2, 3, \{4, 5\}, 6, \{7\}, \emptyset\}$ ถ้าเป็นในคอมก็ถือว่าโฟลเดอร์ที่เราเปิดเข้าไปดู จะเจอไฟล์สี่อันคือ 1 2 3 และ 6 และยังมีโฟลเดอร์อีกสามอัน อันแรกข้างในมีไฟล์ 4 กับ 5, อีกอันข้างในมีไฟล์เดียวคือ 7, และอีกอันหนึ่งเป็นโฟลเดอร์ที่ว่างเปล่าไม่มีอะไรในนั้นนะเอง

น้องแนน : โว้ววว เข้าใจเลย

ตัวอย่างที่ 1 ให้เขียนแจกแจงสมาชิกของเซตต่อไปนี้

1. $A =$ เซตของสระในภาษาอังกฤษ **ตอบ** $A = \{a, e, i, o, u\}$
2. $B =$ เซตของจำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง 50 กับ 59
ตอบ $B = \{51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58\}$
3. $C =$ เซตของตัวอักษรในคำว่า "หน้าตาดี" **ตอบ** $C = \{ห, น, ต, ด\}$
4. $D =$ เซตของจำนวนเฉพาะที่หารด้วย 2 ลงตัว **ตอบ** $D = \{2\}$
(จำนวนเฉพาะจะไม่พุดถึงจำนวนติดลบนะครับ)
5. $E =$ เซตของจำนวนเต็มที่ยกกำลังสองแล้วเท่ากับ 7
ตอบ $E = \{ \}$ หรือเขียนอีกแบบว่า $E = \emptyset$

จำนวนสมาชิก

พินัย : ต่อมาเรามาดูข้อตกลงร่วมกันในการเขียนเซต ซึ่งจะมีอยู่ 2 อย่างนะครับ

1. ถ้าเกิดสมาชิกตัวไหนกับตัวไหนเหมือนกันเป๊ะ เราจะถือว่าเป็นตัวเดียวกัน และก็ไม่ต้องเขียนหลายครั้งด้วย ถ้าให้นับจำนวนสมาชิกก็ต้องนับสิ่งที่ซ้ำกันเป็นหนึ่งตัวเท่านั้นจ้ะ

อย่างเช่นเซตนี้ $\{1, 2, 3, 3, 4\}$ ถามว่ามีสมาชิกกี่ตัว คำตอบก็คือ 4 ตัว คือ 1 2 3 4 แค่นั้นเอง มีเลข 3 โผล่มาสองครั้งแต่ถือว่าเป็นตัวเดียวกันนะ โดยปกติเขาจะไม่เขียนซ้ำกัน เขียนแค่ $\{1, 2, 3, 4\}$ ก็พอแล้ว

2. การสลับที่ของสมาชิกไม่มีผลอะไร สลับแล้วยังคงเป็นเซตเดิมอยู่ดี เพราะลำดับก่อนหลังไม่มีความสำคัญครับ อย่างเช่นเซต $\{1, 2, 5, 8\}$ กับ $\{5, 1, 8, 2\}$ ถือเป็นเซตเดียวกัน เหมือนกันทุกประการ

(น้องๆ พักหน้า)

ข้อตกลง 2 ข้อนี้ต้องการจะสื่อให้เราว่า สิ่งสำคัญในเรื่องเซตก็คือสมาชิกตัวหนึ่งๆ "อยู่" หรือ "ไม่อยู่" ในเซตนั้น เท่านั้นเองครับ ส่วนจะอยู่หน้า-อยู่หลัง-หรือจะโผล่มาก็ครั้ง ตรงนั้นเราไม่สนใจเลย

น้องๆ สังเกตดูความต่างดีๆ ด้วยนะครับ ถ้าใช้คำว่า "A" เท่ากับอะไร จะหมายถึงการเขียนแจกแจงหน้าตาสมาชิกของเซตนั้นออกมา แต่ถ้าเป็นคำว่า "n(A)" เท่ากับอะไร มันจะกลายเป็นถามจำนวนสมาชิกละ

หรือพูดง่าย ๆ A คือเซต แต่ n(A) เป็นตัวเลขนั่นเอง จะมาทำมีนเขียนว่า A = 7 แบบนี้ไม่ได้เด็ดขาด แสดงว่าสับสนชีวิต ต้องเป็น n(A) = 7 ถึงจะใช้เนาะ

น้องแนน, น้องฝน : อ้อ เป็นละๆ

พี่นวย : เห็นพลาดกันเยอะนะ ต้องระวัง.. เออน้องพีนี่พูดน้อยจัง..อู๋

น้องแนน : พี่นวยคนใต้หรือ บ้านแนนก็อยู่ใต้เนะ

พี่นวย : (หัวเราะ) เปล่าหรอก ก็พูดที่ไม่เกี่ยวข้องไปเรื่อยเปื่อย เผื่อจะมีคนเข้าใจ

น้องๆ : อ้าว!

ตัวอย่างที่ 2 เซตต่อไปนี้เท่ากันหรือไม่

1. A = เซตของจำนวนเฉพาะที่น้อยกว่า 10

B = เซตของเลขโดด จากจำนวน "52372"

ตอบ เท่ากัน เพราะ A = {2, 3, 5, 7} และ B = {5, 2, 3, 7}

(การสลับที่ไม่มีมีความหมาย และสมาชิกตัวเดิมไม่ต้องเขียนซ้ำหลายรอบ)

2. C = {a, e, i, o, u}

D = เซตของสระในภาษาอังกฤษ

ตอบ ไม่เท่ากัน เพราะ D = {a, e, i, o, u} จะเห็นว่าแม้สลับกันอย่างไรก็ไม่เหมือนกับ C เนื่องจากใน C ไม่มีสมาชิกเป็น a กับ e แต่มีคู่อันดับ (a, e) ซึ่งถือเป็นสมาชิกหนึ่งตัว

ตัวอย่างที่ 3 ให้หาจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้

1. A = เซตของจำนวนเฉพาะที่น้อยกว่า 10

ตอบ n(A) = 4

2. B = {a, e, i, o, u}

ตอบ n(B) = 4

3. C = {(a, e), (i, o), u}

ตอบ n(C) = 3

4. D = {∅, {∅}, {0, 1}, {{0, 1}}}

ตอบ n(D) = 4

พี่นวย : โอเค เพื่อให้ง่ายขึ้นตอนนี้ก็จรับไปอีกสัญลักษณ์นะคร้าบ (น้องๆ ยิ้ม)

อย่างที่บอกไปว่าเรื่องเซตเราจะสนใจว่าสมาชิกตัวหนึ่งๆ อยู่ในเซตนั้นหรือ เปล่า หรือว่ามีอะไรอยู่ในเซตนั้นบ้าง ดังนั้นการ "อยู่" หรือ "ไม่อยู่" จะต้องพูดถึงกันบ่อยมาก คำเลยตั้งสัญลักษณ์ไว้เขียนย่อๆ กัน

ประโยคที่ว่า "จันทร์ เป็นสมาชิกของเซต A" เราเขียนย่อได้ว่า "จันทร์ ∈ A"

เลย คือมีสมาชิกมากจนไม่สิ้นสุด ตัวอย่างเช่นเซตของจำนวนนับ อย่างเงี้ย มันก็จะเขียนต่อไปได้เรื่อยๆ ไม่รู้จักจบไข่มั้ยครับ ก็จะถือว่าเป็นเซตอนันต์ คือจำนวนสมาชิกเราบอกเป็นตัวเลขไม่ได้

เซตของจำนวนนับ = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$

จะสังเกตว่าถ้าสมาชิกมันมากจริงๆ เขียนหมดไม่ไหว ก็ให้ละไว้โดยใช้เครื่องหมายจตุจๆ สามจุดแบบนี้ละครับ ตรงที่เราจุดไว้เนี่ยจะเป็นการบอกว่า ยังมีสมาชิกที่เหลือที่เรายังไม่ได้เขียนแสดงออกมาอีก

ถามว่าเซตนี้ $\{1,3,5,7,\dots,99\}$ มีสมาชิกกี่ตัว ใช้ 5 ตัวรีเปลา่ ไม่ใช่เนอะเพราะมีจตุจๆ อยู่ด้วย ที่จริงแล้วมีตั้ง 50 ตัวเนาะ เราต้องรู้อะไรจตุจๆ พวกนี้แทนเลข 9 11 13 15 ..คือเลขคี่อะ ไล่ไปเรื่อยๆ จนถึง 95 97 แล้วก็มาจบที่ 99

หรือถามว่าเซต $\{1,3,5,7,\dots\}$ มีสมาชิกกี่ตัว อันนี้ต้องตอบว่า “หาค่าไม่ได้” ละ เพราะมันจตุจๆ แล้วไม่มีสมาชิกตัวอะไรมาปิดท้าย สามารถเขียนต่อไปได้เรื่อยๆ ไม่สิ้นสุด มันก็เลยเป็นเซตอนันต์นั่นเองครับ!

น้องพี : (เปรยขึ้นมาลอยๆ) อนันต์ อันนา..

พี่นวย : เย้ย! ไม่เกี่ยว (หัวเราะ) อนันต์ บุนนาค ตะหาก..

น้องๆ : ก็ไม่เกี่ยวเหมือนกัน!

พี่นวย : อ้อ! ..เอ๊ะเกิดทันกันด้วยหรอเนี่ย หรือแย้งไปก่อนตามรูปประโยค ฮะๆๆ

ตัวอย่างที่ 5 ให้เขียนแจกแจงสมาชิก และบอกจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้

1. A = เซตของตัวอักษรทั้งหมดในภาษาอังกฤษ
 ตอบ A = $\{a, b, c, d, e, \dots, z\}$ และ $n(A) = 26$
2. B = เซตของจำนวนเต็มตั้งแต่ 51 ถึง 98
 ตอบ B = $\{51, 52, 53, 54, \dots, 98\}$ และ $n(B) = 48$
3. C = เซตของจำนวนเฉพาะที่หารด้วย 2 ไม่ลงตัว
 ตอบ C = $\{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \dots\}$ และ $n(C)$ หาค่าไม่ได้

อีกเรื่องที่ต้องรู้ก็คือ นอกจากเราจะเขียนหน้าตาของเซตด้วยสมาชิกๆ แล้วค้นด้วยลูกน้ำ อย่างที่ได้เห็นมาแล้ว ที่เรียกกันว่า “เขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก” ก็ยังมีวิธีเขียนอีกแบบด้วยละครับ เรียกว่า “เขียนเซตแบบบอกเงื่อนไข” นะ

อย่างเช่นแบบนี้ $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับคี่ที่น้อยกว่า } 100\}$

จะอ่านว่า “เซตของ x โดยที่ x เป็นจำนวนนับคี่ที่น้อยกว่า 100”

ตอบ มีสับเซต $2^3 = 8$ แบบ

ได้แก่ $\emptyset, \{0\}, \{0\}, \{n\}, \{0, 0\}, \{0, n\}, \{0, n\}, \{0, 0, n\}$

3. $C = \{\emptyset\}$

ตอบ มีสับเซต $2^1 = 2$ แบบ ได้แก่ $\emptyset, \{0\}$

4. $D = \emptyset$

ตอบ มีสับเซต $2^0 = 1$ แบบ ได้แก่ \emptyset

5. $E = \{0, \{0, 1\}, \{1\}\}$

ตอบ มีสับเซต $2^3 = 8$ แบบ

ได้แก่ $\emptyset, \{0\}, \{\{0, 1\}\}, \{\{1\}\}, \{0, \{0, 1\}\}, \{0, \{1\}\}, \{\{0, 1\}, \{1\}\}, \{0, \{0, 1\}, \{1\}\}$

พินัย : ขอดถามคำถามแบบพลิกแพลงบ้างนะครับ

เซต $J = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ให้หาจำนวนแบบของเซต K ที่เป็นไปได้

โดยที่ $K \subset J$ (K เป็นสับเซตของ J) และภายใน K ต้องมีสมาชิก 1, 2 อยู่ด้วย

น้องแนน : ไฉนแนนงเลยทีนี้.. (คนอื่น ๆ หัวเราะเพราะงงด้วย)

พินัย : งั้นเอาแค่ $K \subset J$ ก่อนละกันจ้ะ จะมีเซต K ที่เป็นไปได้กี่แบบ

น้องแนน : ก็ 2^8 แบบคะ

พินัย : ใช่แล้ว สับเซตของ J ก็ย่อมมี 2^8 เท่ากับ 256 แบบ ถูกซัวร์!

แต่ถ้าพินัยเพิ่มเงื่อนไขว่า ในเซต K เนี่ยต้องมี 1 กับ 2 อยู่เสมอ จำนวนแบบมันก็ต้องลดลงเหลือไม่ถึง 256 แบบใช่ปะ เพราะในบรรดา 256 แบบนี้ บางแบบก็ไม่มี 1 กับ 2 อยู่

วิธีคิดก็แค่ไม่ต้องมองเลข 1 กับ 2 ครั้น เพราะเค้าบังคับว่าใน K จะต้องมีส่วนเสมอ เราก็ทำอะไรกับมันไม่ได้ แต่ว่าสมาชิกอื่นๆ ที่เหลือคือเลข 3 ถึง 8 เนี่ยยังมีสิทธิ์เลือกว่าจะจัดให้อยู่ใน K กี่ตัวก็ได้ หรือไม่อยู่เลยก็ยิ่งได้.. ก็เหมือนการหาสับเซตของ $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ นั่นเองแหละครับ! คือเริ่มนับจากไม่เอามาเลย เอามา 1 ตัว เอามา 2 ตัว ไปเรื่อยๆ จนถึงเอามาครบ 6 ตัวเลย

น้องแนน : ได้ 2^6 เท่ากับ 64 แบบ.. คิดงี้หรือเปล่าอะ?

พินัย : ถูกจ้ะ! น้องๆ พอเข้าใจหลักการกันหรือยังครับ ขออธิบายชัดๆ อีกทีนะ

สูตรหาจำนวนแบบของสับเซต คือสองยกกำลังด้วยจำนวนสมาชิกเนี่ย จะเอาไปใช้กับการนับสิ่งของอะไรก็ได้ สมมติเจอสถานการณ์ที่ว่า มีตัวเราและเพื่อนอีก

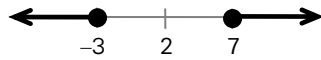


พินัย : โอ้! ไม่ใช่สิ เกือบใช่ละ แต่อย่าลืมว่าในค่าสัมบูรณ์ไม่ใช่ x เปล่าๆ แต่เป็นก่อน $x-2$ ดังนั้นพอถอดค่าสัมบูรณ์แล้วเราต้องแก้ต่อจ้ะ

ช่วงซ้ายคือ $x-2 \leq -5$ ดังนั้น $x \leq -3$

ส่วนช่วงขวาคือ $x-2 \geq 5$ ดังนั้น $x \geq 7$ ครับ

ก็เอามายูเนียนกัน อย่าลืมว่าการชี้ซ้ายชี้ขวาแบบนี้ ต้องใช้ยูเนียนนะ ก็จะได้ช่วงคำตอบ $(-\infty, -3] \cup [7, \infty)$



น้องๆ : อ้อ เข้าใจๆ..

พินัย : หรือจะมองอย่างนี้ก็ได้นะ.. อสมการ $|x-2| \geq 5$ แปลว่าระยะห่างระหว่าง x กับ 2 เนี่ย มากกว่าหรือเท่ากับ 5 หน่วย แสดงว่าจะหาได้ยังไงเอ่ย ก็เอา 2 ตั้งไว้ตรงกลาง แล้วบวกลบระยะไปด้านละ 5 ขึ้นไป ไขว่ปะครับ ..ก็จะได้คำตอบตั้งแต่ 7 ขึ้นไป กับ -3 ลงมา

วิธีนี้ก็คิดได้เหมือนกัน คือมองความหมายแท้ๆ ของค่าสัมบูรณ์ เป็นเรื่องระยะทางนั่นเอง

น้องๆ : อ้อ! แจ่มแจ่มกว่าเดิม! (หัวเราะ)

พินัย : ถ้าจะให้เข้าใจในระดับเทพเลยเนี่ย พินัยขอวาดเส้นจำนวนให้ดูเลยนะ!

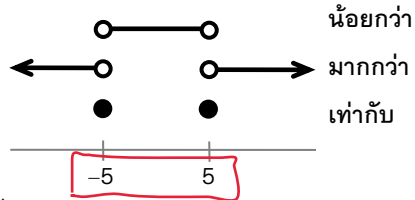
น้องแนน : ถ้าไม่ให้จะได้มั้ยเนี่ย ที่ขอเนี่ย.. ฮะๆๆ

พินัย : เอ้า! ตาม้า.. (ทุกคนฮา) ขอซักกนิดนะซักกนิด

จากสมการ $|x| = 5$ ได้คำตอบ -5 กับ 5

ดังนั้นช่วงข้างในคือคำตอบของ $|x| < 5$

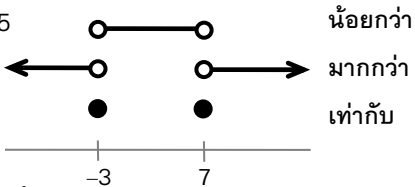
ช่วงข้างนอกคือคำตอบของ $|x| > 5$



จากสมการ $|x-2| = 5$ ได้คำตอบ -3 กับ 7

ดังนั้นช่วงข้างในคือคำตอบของ $|x-2| < 5$

ช่วงข้างนอกคือคำตอบของ $|x-2| > 5$



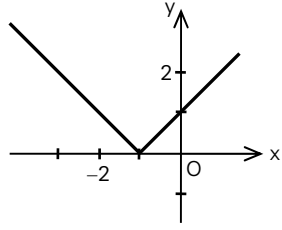
น้องแนน : แง้! เข้าใจจนไม่รู้จะเข้าใจยังไงแล้ว..

พินัย : เอ๊ะ แปลว่าอะไรเนี่ยตกลง ฮะๆๆ ออกแนวอยากกลับบ้านนี่ผ่า (ฮา)

แนวข้อสอบ O-NET 2549-2554

48. ให้ $r = \{(a, b) \in A \times B \mid a \text{ ไปหาร } b \text{ ลงตัว}\}$
 ถ้า $A = \{2, 5, 7\}$ แล้ว ความสัมพันธ์ r จะเป็นฟังก์ชันเมื่อ B เป็นเซตใด
- $\{0, 5, 14\}$ • $\{7, 10, 14\}$ • $\{4, 5, 10\}$ • $\{4, 7, 25\}$
49. ถ้า $f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 4), (4, 1), (5, 0)\}$ แล้ว $f(5) + f(1)$ มีค่าเท่าใด

50. กำหนดกราฟของฟังก์ชัน f เป็นดังรูป
 ค่าของ $3f(-3) - 2f(-2)f(0)$ เท่ากับเท่าใด



51. กำหนดให้ $A = \{x, y, z\}$ และ $B = \{1, 2\}$
 ฟังก์ชันในข้อใดเป็นฟังก์ชันจาก B ไป A
- $\{(x, 2), (y, 1), (z, 2)\}$ • $\{(2, y), (1, z), (1, x)\}$
 - $\{(y, 2), (x, 1)\}$ • $\{(2, z), (1, y)\}$

52. ถ้า $f(x-2) = 2x-1$ แล้ว $f(x^2)$ เท่ากับเท่าใด
53. ให้หาค่าของ a ที่ทำให้กราฟของฟังก์ชัน $y = a(3^x)$ ผ่านจุด $(2, 18)$
54. ให้หาช่วงของ x ที่กราฟของฟังก์ชัน $y = -2x^2 - 3x + 5$ อยู่เหนือแกน x

55. พาราโบลารูปหนึ่งมีเส้นสมมาตรขนานกับแกน y และมีจุดต่ำสุดอยู่ที่ (a, b)
 ถ้าพาราโบลารูปนี้ตัดแกน x ที่จุด $(-1, 0)$ และ $(7, 0)$ แล้ว a มีค่าเท่าใด

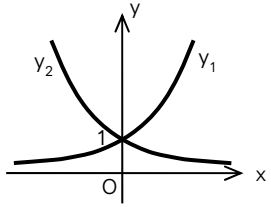
56. ให้หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของฟังก์ชัน และหาจุดวกกลับและแกนสมมาตรของกราฟ
- (ก) $f(x) = -x^2 + 4x - 9$ (ข) $f(x) = 2x^2 - 4x - 7$

57. ถ้า P เป็นจุดวกกลับของพาราโบลา $y = -x^2 + 8x - 13$
 แล้ว ระยะทางระหว่างจุด P และจุดกำเนิด เท่ากับเท่าใด

58. ถ้ากราฟของ $y = x^2 - 4x - 12$ ตัดแกน x ที่จุด A, B
 และมี C เป็นจุดวกกลับ แล้ว รูปสามเหลี่ยม ABC มีพื้นที่เท่าใด

59. ถ้าเส้นตรง $x = 1$ เป็นเส้นสมมาตรของกราฟ $f(x) = -x^2 + (4-k)x + k^2$
 เมื่อ k เป็นจำนวนจริง แล้ว f มีค่าสูงสุดเท่ากับเท่าใด

60. กราฟของฟังก์ชัน $y_1 = a^x$ และ $y_2 = b^x$ เป็นดังรูป
 ให้เรียงลำดับ $0, 1, a, b$ จากค่าน้อยไปมาก



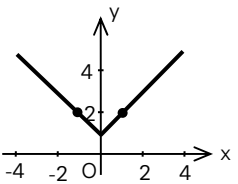
61. กราฟของฟังก์ชันข้อใดตัดแกน x มากกว่า 1 จุด
- $y = 2 + x^2$ • $y = |x| - 3$
 - $y = |x - 4|$ • $y = (1/5)^x$

62. ให้หาจำนวนที่ไม่อยู่ในโดเมนของฟังก์ชัน $y = \frac{x}{x^2+4x+3} - \frac{3x+1}{x^2-1}$

63. ถ้า $f(x) = \sqrt{4-2x}$ และ $g(x) = -1 + |x-3|$
 แล้ว ให้หา $D_f \cup R_g$

64. ให้หาโดเมนและเรนจ์ของ $f(x) = 5 - \sqrt{9-x^2}$

65. ให้หาฟังก์ชัน $f(x)$ ที่มีกราฟเป็นดังรูป



(เฉลยปริศนิต และแนวข้อสอบปี 2555 เป็นต้นไป เชิญชมกันได้ที่เว็บ kanuway.com)

เฉลยแบบฝึกหัด จำนวนจริง

1. ข้อที่ถูกคือ 2, 4, 5, 7 ข้อที่ผิดคือ 1, 3, 6, 8

อธิบายเพิ่มเติม

1.1 เซตของจำนวนเต็มไม่มีสมบัติการสลับที่การลบ เพราะโดยทั่วไป $a - b \neq b - a$ และไม่มีสมบัติการสลับที่การหาร เพราะโดยทั่วไป $\frac{a}{b} \neq \frac{b}{a}$

1.2, 1.4, 1.5 เป็นความรู้ที่ควรทราบอยู่แล้ว

1.3 จะต้องยูเนียนกับเซตจำนวนเต็มศูนย์ นั่นคือ $\{0\}$ ด้วย ผลลัพธ์จึงจะเป็นเซตของจำนวนเต็ม

1.6 เป็นจำนวนตรรกยะนั้นถูก แต่ต้องไม่ลืมว่าจำนวนอตรรกยะก็ถือเป็นจำนวนจริงเช่นกัน

1.7 จำนวนเต็มที่น้อยที่สุดที่มากกว่า 5 นั้นมีอยู่จริงคือ 6 แต่จำนวนตรรกยะที่น้อยที่สุดที่มากกว่า 5 นั้น ไม่สามารถระบุได้ เพราะจะหาจำนวนที่น้อยลงได้เรื่อยๆ (สมมติมีคนตอบว่า 5.000001 อีกคนก็สามารถแย้งด้วยจำนวนที่น้อยกว่าได้ เช่นอาจเป็น 5.000000001 แต่ไม่ว่าจะน้อยลงเพียงใด ก็ยังไม่ใช่จำนวนที่น้อยที่สุดอยู่ดี)

1.8 เอกลักษณะการบวกต้องเป็น 0 และเอกลักษณะการคูณต้องเป็น 1 (ในโจทย์ให้มาสลับกัน)

2. จำนวนตรรกยะได้แก่ 0 (จำนวนเต็ม), $\frac{5}{4}$ (เศษส่วนของจำนวนเต็ม), -7 (จำนวนเต็ม), $-\frac{1}{3}$ (เศษส่วนของจำนวนเต็ม), 3.1416 (ทศนิยม 4 ตำแหน่งจบ ซึ่งไม่เท่ากับ π แต่เป็นเพียงค่าประมาณของ π เท่านั้น), $-\sqrt{9}$ (มีค่าเท่ากับ -3 เป็นจำนวนเต็ม), $\sqrt[2]{8}$ (มีค่าเท่ากับ $\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ เป็นเศษส่วนของจำนวนเต็ม), $0.6666\dots$ (เป็นทศนิยมซ้ำ สามารถแปลงเป็นเศษส่วนของจำนวนเต็มได้), 0.5775 (ทศนิยม 4 ตำแหน่งจบ), $0.755755755\dots$ (เป็นทศนิยมซ้ำ สามารถแปลงเป็นเศษส่วนของจำนวนเต็มได้)

และจำนวนอตรรกยะได้แก่ $-\pi$, $\sqrt{5}$, $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sqrt[6]{3}$ ($=\sqrt[2]{3}$), $0.121121112\dots$ (จำนวนเหล่านี้มีค่า

เป็นทศนิยมไม่ซ้ำ ไม่สามารถแปลงเป็นเศษส่วนของจำนวนเต็มได้)

3. อินเวอร์สการบวกของ a คือ $-a$ (เปลี่ยนเครื่องหมายบวกลบ) ในข้อนี้ได้แก่ 0 , $-\frac{5}{4}$, 7 , $\frac{1}{3}$, -3.1416 , π , $-\sqrt{5}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ตามลำดับ
อินเวอร์สการคูณของ a คือ $\frac{1}{a}$ (ส่วนกลับ) แต่เนื่องจากตัวส่วนเป็น 0 ไม่ได้ ดังนั้นอินเวอร์สการคูณของ 0 จึงไม่มี ส่วนอินเวอร์สการคูณของจำนวนอื่นได้แก่ $\frac{4}{5}$, $-\frac{1}{7}$, -3 , 3.1416 , $-\pi$, $\frac{1}{\sqrt{5}}$, $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ ตามลำดับ

4. เมื่อนำสมาชิกใดๆ ในเซต A มาดำเนินการ * กันแล้ว ผลลัพธ์ที่ได้จะยังอยู่ในเซต A เสมอ

5.1 มีสมบัติปิดการบวกและการคูณ (เพราะจำนวนนับสองจำนวนใดๆ บวกหรือคูณกัน ผลลัพธ์ยังคงเป็นจำนวนนับเสมอ)

แต่ไม่มีสมบัติปิดการลบ (เช่น $1 - 2 = -1$ ไม่ใช่จำนวนนับ) และไม่มีสมบัติปิดการหาร (เช่น $\frac{1}{2}$ ไม่ใช่จำนวนนับ)

5.2 มีสมบัติปิดการบวก การลบ และการคูณ (เพราะจำนวนตรรกยะสองจำนวนใดๆ บวก ลบ หรือคูณกัน ผลลัพธ์ยังคงเป็นจำนวนตรรกยะเสมอ) แต่ไม่มีสมบัติปิดการหาร (เช่น $\frac{1}{0}$ ไม่ใช่จำนวนตรรกยะ ซึ่งในข้อนี้มีสิ่งที่ขัดแย้งเพียงลักษณะเดียวคือการหารด้วย 0)

5.3 มีสมบัติปิดการบวก การคูณ และการหาร (เพราะจำนวนตรรกยะที่ไม่ใช่ 0 สองจำนวนใดๆ บวก คูณ หรือหารกัน ผลลัพธ์ยังคงเป็นจำนวนตรรกยะที่ไม่ใช่ 0 เสมอ)

แต่ไม่มีสมบัติปิดการลบ (เช่น $2 - 2 = 0$ ไม่อยู่ในเซตนี้ ซึ่งในข้อนี้มีสิ่งที่ขัดแย้งเพียงลักษณะเดียวคือการลบจำนวนที่เท่ากัน)

บทที่ 4

ความสัมพันธ์ / ฟังก์ชัน

(ตอนที่หนึ่ง)

พินวย : บทนี้มีเนื้อหาค่อนข้างยาว เราก็จะใช้เวลาเรียน 2 ครั้งจำ* ก่อนอื่นขอเกริ่นก่อนว่าเรื่อง “ฟังก์ชัน” นี้จะเป็นพื้นฐานไปสู่เรื่องอะไรอีกตั้งมากมายแน่ะ โดยเฉพาะถ้าใครเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมนะครับ

แต่ถ้าใครไม่ได้เรียนคณิตมากไปกว่านี้แล้ว พินวยก็จะบอกว่า ประโยชน์ของเรื่องฟังก์ชันที่เราเห็นกันง่ายๆ หรือพอจะเอาไปใช้ได้ก็คือ ทำให้เราเข้าใจแนวโน้มความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ 2 สิ่งอะ อย่างเช่น จำนวนประชากรจะเพิ่มขึ้นแบบทวีคูณ ไม่ได้แปรผันตรงตามเวลา แต่ถ้าอะไรที่แปรผันตรงก็จะมีกราฟเป็นเส้นตรงอยู่ ง เช่นเงินที่ต้องจ่ายเป็นค่าโทรศัพท์ หรือในบางครั้งเวลาผลิตสินค้า ต้นทุนกับกำไรที่ได้ก็สัมพันธ์กันแบบพาราโบลา อะโรยอย่างเงี้ยครับ.. ซึ่งเดี๋ยวคราวหน้าเราจะได้เห็นโจทย์ตัวอย่างกัน และจะรู้ว่าสามารถหาจุดที่ทำให้กำไรสูงสุดได้ง่ายมากเลย

น้องฝน : พุดชะไวเลยพินวย.. จดไม่ทันอ่า!

พินวย : แหมๆ ตัวเธอร์วี่ (หัวเราะ) ตอนนี้เกริ่นนำไม่ต้องจดหมดก็ได้เนะ ฟังคร่าวๆ ให้เห็นภาพรวมก็พอจะ เดี่ยวเรียนไปก็จะคุ้นกับมันได้เองแหละ

น้องพี : ฮากับคำว่าตัวเธอของพินวยจริงๆ (หัวเราะ) แอบเป็นเกย์หรือเปล่านี๋ย

พินวย : บ๊ะบ๊ะบ๊ะบ้า! ตัวพีพุดอะไรก็มีรู้! (ฮา)

เอ้ามาเริ่มเข้าสู่เนื้อหาละนะ..

ก่อนจะไปรู้จักฟังก์ชัน นื่องๆ ต้องรู้จัก “ความสัมพันธ์” ก่อนนะครับ เพราะฟังก์ชันนั้นถือเป็นความสัมพันธ์อย่างหนึ่ง คำว่าความสัมพันธ์ที่กำลังพูดถึงกันอยู่นี้ เป็นคำ

* ถ้าเป็นไปได้ อยากให้คุณผู้อ่านศึกษาบทที่ 5 (เลขยกกำลัง) ก่อน แล้วค่อยต่อด้วยบทที่ 4 (ความสัมพันธ์/ฟังก์ชัน) เพราะผมจะสอนเรื่องนั้นก่อนเสมอเพื่อเรียงลำดับเนื้อหาให้เหมาะสมครับ (แต่เหตุที่เรียงบทในหนังสือแบบนี้ ก็เพื่อให้ตรงตามหนังสือเรียนที่เพิ่งมีการสลับบทครับ)

พินัย : คำว่าเขียนในรูป x นั้นไม่จำเป็นต้องเป็น x เดียวๆ โดดๆ หรือกะ.. แต่จะเป็น $(x+1)^2$ แบบนี้ก็ได้อะ หรือจะเป็น $\sqrt{x+1}$ หรือว่าเป็น $|x+1|$ ก็ได้นะ

คือจะมีเลขอะไรมาทำอยู่กับ x บ้างไม่ต่างกัน หรือชั้นนอกจะติดกำลังสอง หรือติดรูท หรือมีค่าสัมบูรณ์ ก็ไม่ต่างกัน ถือว่าเสร็จแล้วทั้งนั้น เพราะมันตรงกับรูปแบบข้อห้าม 4 ข้อนั้นเรียบร้อยแล้ว.. “ขออย่างเดียวอย่าให้มี x หลายตัวก็พอ” จ๊ะ!

น้องแนน : อืมมมม! ความรู้ใหม่นะนี่.. (ก้มหน้าจตุจ)

พินัย : เอาละข้อนี้เราจัดเสร็จแล้วคือ $y-3 = (x+1)^2$ ฉะนั้นเราก็เรียงได้แล้วละว่า y เป็นอะไรได้บ้าง.. มีกำลังสองอยู่ใช่ปะ อยู่ในรูป $A = B^2$

เรารู้ว่าลักษณะนี้ A ห้ามติดลบนะ ก็แสดงว่า $y-3 \geq 0$ นั่นเอง ..ย้ายข้างได้ $y \geq 3$ ดังนั้นตอบ $R_f = [3, \infty)$ ครับ

ยากดีแม่ะ ขอกำลังสองอีกข้อ ให้ทำเองนะ

หาโดเมนกับเรนจ์ของ $r = \{(x, y) \mid y = x^2 - 6x - 2\}$

น้องแนน : โดเมน x เป็นอะไรก็ได้ เพราะอยู่ในกำลังสองไม่มีข้อห้าม.. $D_r = \mathbb{R}$

พินัย : ตอบได้โดยไม่ต้องคิดเลข ถูกต้องจ้า

น้องแนน : ส่วนเรนจ์ต้องจัดกำลังสองสมบูรณ์

จาก $y = x^2 - 6x - 2$ ก็จะได้วงเล็บแบบนี้.. $y = (x^2 - 6x + \dots) - 2$

แล้วหลังคือ 3 เพราะเลข 6 เกิดจาก 2 คูณ 3

แสดงว่าต้องเติม $+3^2 = +9$ ลงไป.. ก็เป็น $y = (x^2 - 6x + 9) - 2 - 9$

จะได้ $y = (x-3)^2 - 11 \Rightarrow y + 11 = (x-3)^2$

พินัย : ใช่แล้ว (พยักหน้า) ยังไงต่อ..

น้องแนน : อีกฝั่งของกำลังสองต้องมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์เสมอ

คือ $y + 11 \geq 0$ เพราะฉะนั้น $y \geq -11$..ตอบว่า $R_f = [-11, \infty)$

พินัย : ถูกต้อง! นี่คือการเป็นจริงๆ ไม่ได้ลอกเลียนจากข้อที่แล้วใช่ปะ (หัวเราะ)

หลังจากนี้อีกสองแบบไม่มีอะไรยากแล้วละจ๊ะ ขอไล่ตัวอย่างแบบไวๆ เลยนะ จะได้กลับบ้านไวๆ ด้วย ฮะๆๆ ทุกข้อให้หาโดเมนกับเรนจ์เหมือนเดิมนะครับ

เริ่มจาก $r = \{(x, y) \mid y = \sqrt{2x+1} - 3\}$

น้องแนน : หาโดเมนได้เลยใช่ปะ เพราะเป็นรูป $y = \dots$ แล้ว

24. สมมติว่าปลูกมะม่วงเพิ่มขึ้นไร่ละ x ต้น
 นั่นคือปลูก $36 + x$ ต้น
 จะได้ผลผลิตต้นละ $100 - 2x$ ผล

ดังนั้น ถ้าให้ y แทนผลผลิตรวมต่อไร่ จะได้
 สมการความสัมพันธ์เป็น $y = (36 + x)(100 - 2x)$
 แจกแจงสมการได้ $y = 3600 + 28x - 2x^2$
 แสดงว่ามีกราฟเป็นพาราโบลาคว่ำ
 และจะเกิดจุดสูงสุดเมื่อ $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{28}{2(-2)} = 7$

ตอบ ควรปลูกไร่ละ $36 + 7 = 43$ ต้น

25. ให้ x แทนจำนวนครั้งที่ได้รับดอกเบี๋ย
 และ y แทนยอดเงินฝากหลังจากได้ดอกเบี๋ยครั้งนั้น

25.1 สมการความสัมพันธ์ $y = (10,000)(1.03)^x$
 แทนค่า $x = 5$ ครั้ง
 จะได้ $y = (10,000)(1.03)^5 = 11,592.74$ บาท

25.2 ดอกเบี๋ย 0.03 ต่อปี เมื่อคิดเป็นราย 4 เดือน
 จะต้องหาร 3 กลายเป็น 0.01 ต่อครึ่ง
 สมการความสัมพันธ์คือ $y = (10,000)(1.01)^x$
 แทนค่า $x = 15$ ครั้ง
 (คิดจากระยะเวลา 5 ปี ได้ดอกเบี๋ยปีละ 3 ครั้ง)
 จะได้ $y = (10,000)(1.01)^{15} = 11,609.69$ บาท

26. สมการแสดงจำนวนแบคทีเรีย $y = (120)(B)^x$
 โดยให้ x มีหน่วยเป็นชั่วโมงซึ่งนับจาก 8 โมงเช้า

แทนค่า $x = 2$ ชั่วโมง และ $y = 1080$ ตัว
 จะได้ $1080 = (120)(B)^2 \Rightarrow 9 = B^2 \Rightarrow B = 3$
 (จำนวนแบคทีเรียถูกคูณด้วย 3 ทุกชั่วโมงนั่นเอง)

ดังนั้น สมการคือ $y = (120)(3)^x$
 โจทย์ถาม 10 โมงครึ่ง จึงแทนค่า $x = 2.5$ ชม.
 ตอบ $y = (120)(3)^{2.5} = (120)(9\sqrt{3}) \approx 1,870$ ตัว

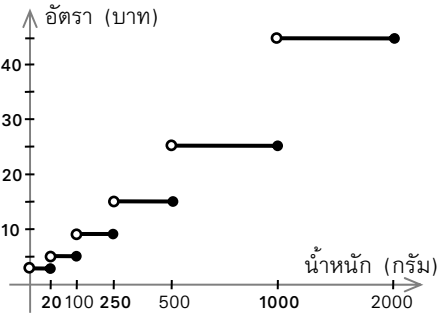
27. ในข้อนี้สมการแสดงปริมาณสารคือ $y = AB^x$
 (A คือปริมาณสารขณะเริ่มต้น ซึ่งยังไม่ทราบ
 และ B คืออัตราการสลายตัว ซึ่งเราจะใช้เป็น $1/2$)

จาก "ขณะสิ้นสุดวันที่ 3 มีสารอยู่ 250 กรัม"
 แสดงว่ากำลังพูดถึง $x = 1.5$ (คือระยะเวลาเป็น
 1.5 เท่าของครึ่งชีวิต) แทนค่าได้ดังนี้
 $250 = A\left(\frac{1}{2}\right)^{1.5} \Rightarrow (250)(2\sqrt{2}) = A \Rightarrow A \approx 707$

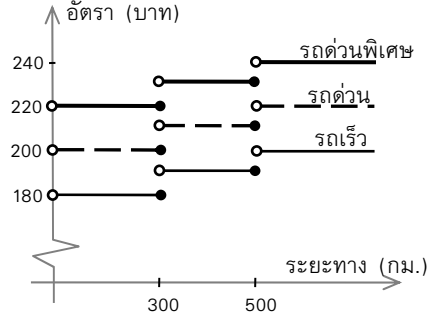
27.1 ตอบ ขณะเริ่มต้นมีสารนี้อยู่ 707 กรัม

27.2 จากสมการที่ได้คือ $y = 707\left(\frac{1}{2}\right)^x$
 ทดลองแทนค่า x เพื่อหาว่าวันใดเหลือ y ไม่ถึง 75
 ..พบว่าถ้า $x = 3$ (6 วัน) จะได้ $y = 88.37$
 แต่ถ้า $x = 3.5$ (7 วัน) จะได้ $y = 62.49$
 ตอบ วันที่ 7 เป็นต้นไป

28.1



28.2



เราเอา 5^3 ไปหารออกจาก 5^9 ดังนั้นเลขชี้กำลังต้องถูกลบกันนะ กลายเป็น $5^3(1+5^6)$ นั่นเอง.. ถ้าเกิดใครทำไปแล้วงง ก็ลองแอบคูณกลับคืนเข้าไปในวงเล็บได้นะ ถ้ากลับไปเหมือนเดิมก็แสดงว่าคิดถูก คือน้องๆ อาจจะคุ้นกับการคูณเข้าและเอากำลังมาบวกกัน มากกว่าการดึงออกจากวงเล็บและเอากำลังมาลบกันนะ

น้องแนน : ใช่มั้ย.. ไม่ค่อยชัวร์นะ ไม่รู้ถูกหรือผิด สุดจะงง ต้องลองคูณกลับเข้าไปนี่เอง.. ไม่รู้ไม่บอกนะเนี่ย!

พี่นาย : ไม่บอกไม่รู้!! (ทุกคนฮา)

อ้าว เมื่อกี้เป็นกฎชุดแรกซึ่งเราจะใช้เวลาที่เจอ “ฐานเท่ากัน” มากะทำกัน แต่ก็ยังเหลือกฎอีกหนึ่งชุด คือถ้าหากว่า “ฐานไม่เท่ากัน แต่เลขชี้กำลังเท่ากัน” บ้าง เราจะสามารถจับฐานมาผนวกเป็นก้อนเดียวได้เลย เฉพาะตอนคูณกับหารนะครั้บ ถ้าเขียนเป็นสมการก็คือ $a^m \cdot b^m = (ab)^m$ แล้วก็ $a^m / b^m = (a/b)^m$ นั่นเอง

เช่นถ้าเราต้องการหาค่า $10^8 / 5^9$ ก็จับ “10 กำลึง 8” กับ “5 กำลึง 8” มาผนวกเข้าด้วยกันก่อน แบบนี้ครั้บ.. $\frac{10^8}{5^9} = \frac{10^8}{5^8 \cdot 5} = \left(\frac{10}{5}\right)^8 \cdot \frac{1}{5}$ ก็จะเห็นว่าช่วยให้คิดเลขง่ายขึ้นนะ เพราะ 10 กับ 5 หารกันเองภายในได้ และตอบ $\frac{2^8}{5} = \frac{256}{5}$

ถ้าสรุปกฎเกี่ยวกับเลขยกกำลังทั้งหมดที่พูดมา ก็มี..

- $a^0 = 1$ และ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ และ $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$
- $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$ และ $a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$ และ $a^{mn} = (a^m)^n$ และ $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
- $a^m \cdot b^m = (ab)^m$ และ $a^m / b^m = (a/b)^m$

ตอนนี้พอจะคุ้นเคยกันรึยังครั้บ

ตัวอย่างที่ 1 ให้เขียนค่าต่อไปนี้เป็นรูปเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนเฉพาะ

- 81 **ตอบ** $81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$
- 600 **ตอบ** $600 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$
- $\frac{1}{8}$ **ตอบ** $\frac{1}{8} = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$ หรืออีกวิธี $\frac{1}{8} = 8^{-1} = (2^3)^{-1} = 2^{-3}$
- $\frac{27}{20}$ **ตอบ** $\frac{27}{20} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{3^3}{2^2 \cdot 5} = 3^3 \cdot 2^{-2} \cdot 5^{-1}$
- $(3.125)^2$ **ตอบ** $(3.125)^2 = \left(\frac{3125}{1000}\right)^2 = \left(\frac{25}{8}\right)^2 = \left(\frac{5^2}{2^3}\right)^2 = 5^{2 \cdot 2} \cdot 2^{-3 \cdot 2} = 5^4 \cdot 2^{-6}$
- $3\sqrt{3}$ **ตอบ** $3\sqrt{3} = 3^1 \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3}{2}}$
- $\sqrt[3]{25}$ **ตอบ** $\sqrt[3]{25} = (25)^{\frac{1}{3}} = (5^2)^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{2}{3}}$
- $(\sqrt[3]{5})^2$ **ตอบ** $(\sqrt[3]{5})^2 = (5^{\frac{1}{3}})^2 = 5^{\frac{2}{3}}$



แนวข้อสอบ O-NET 2549-2554

- จำนวนต่อไปนี้ที่มีค่าเท่ากับเท่าใด

(ก) $\sqrt{20} - 3\sqrt[3]{-125} + 2\sqrt[4]{4}$	(ข) $(\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{27} + \sqrt{48})^2$
(ค) $\sqrt{(-3)^2} + \left(\frac{8^{1/2} - \sqrt{32}}{2\sqrt{2}}\right)$	(ง) $\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt{-32}} + \frac{2^5}{(25)^{3/2}}$
- จำนวนต่อไปนี้ที่มีค่าเท่ากับเท่าใด

(ก) $\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}}\right)^2$	(ข) $(1 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{18})(1 + \sqrt{2})^2(3 - \sqrt{18})^2$
(ค) $\left \frac{1}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right - 3 - \sqrt{3} $	(ง) $(4\sqrt{3} - 3\sqrt{5} - 3\sqrt{5} - 5\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3})^2$
- จำนวน $(1 + \sqrt{2})^{-2}$ เป็นจำนวนตรรกยะหรืออตรรกยะ และมีค่าประมาณเท่าใด
- ถ้า $x = \frac{3 - \sqrt{2}}{3 + \sqrt{2}}$ และ $y = \frac{3 + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$ แล้ว $x^2 + 4xy + y^2$ เท่ากับเท่าใด
- ให้ a เป็นจำนวนจริงใดๆ และ n เป็นจำนวนนับคู่ ข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด

(ก) $(\sqrt[n]{a})^n = a$	(ข) $\sqrt[n]{a^n} = a$
---------------------------	-------------------------
- จำนวนต่อไปนี้ที่มีค่าเท่าใด

(ก) $(-2)^0$	(ข) $(-1)^{0.2}$	(ค) $(-1)^{0.4}$	(ง) $(0)^{0.6}$
--------------	------------------	------------------	-----------------
- ข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด

(ก) $\sqrt{0.5} + 5 < \sqrt{0.5} + \sqrt{5}$	(ข) $(\sqrt{0.3})(\sqrt[5]{0.3}) < 0.3$
(ค) $(\sqrt{0.5})(\sqrt[3]{5}) < (\sqrt{5})(\sqrt[3]{0.5})$	(ง) $\sqrt[3]{27} < \sqrt[2]{16}$
- ให้เรียงลำดับจำนวนต่อไปนี้จากค่าน้อยไปมาก
 $2^{700}, 7^{300}, 10^{200}$
- ข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด

(ก) $(60)^{10} < 3^8 \cdot 4^{10} \cdot 5^{12}$	(ข) $3^{10} \cdot 4^{12} \cdot 5^8 < (60)^{10}$
---	---
- ถ้า $9^a = \sqrt{3}$ และ $25^{-b} = \frac{1}{5}$
แล้ว $a + b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
- ให้หาค่า x ที่สอดคล้องกับสมการต่อไปนี้

(ก) $\sqrt{2^{(x^2)}} = \frac{2^{2x}}{4}$	(ข) $(2 + \frac{1}{4})^{3x} = \frac{8}{27}$
(ค) $4^x - 4^{(x+1)} + 4^{(x+2)} = 104$	(ง) $\left(\sqrt{\frac{27}{8}}\right)^{-3} = \left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{1}{x}}$
- ให้หาเซตคำตอบของสมการต่อไปนี้

(ก) $-1 \leq \sqrt{3} + \frac{x}{\sqrt{3}-1} \leq 1$	(ข) $4^{2(2x-x^2)} \geq \frac{1}{2}$
--	--------------------------------------
- เมื่อ a และ x เป็นจำนวนจริงใดๆ ข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด

(ก) ถ้า $a < 0$ แล้ว $a^x < 0$	(ข) ถ้า $a < 0$ แล้ว $a < a^x$
(ค) ถ้า $a > 0$ แล้ว $a^x > 0$	(ง) ถ้า $a > 0$ แล้ว $a > a^x$

17. ให้หาค่าของ

17.1 $k^2 + 2k + 1$ เมื่อ $k = \sqrt{3} - 1$

17.2 $k^2 + 2k\sqrt{2} + 2$ เมื่อ $k = \sqrt{5} - \sqrt{2}$

18. ให้เขียนค่าต่อไปนี้ในรูปร่างง่าย และตัวส่วนไม่ติดเครื่องหมายกรณฑ์

18.1 $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$

18.2 $\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{9}}$

18.3 $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{50}}{\sqrt{5} - \sqrt{20} + \sqrt{500}}$

18.4 $\frac{2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{\sqrt{12} + \sqrt{8} - \sqrt{32}}$

18.5 $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4^2} + \sqrt[3]{2^7}$

19. กำหนดให้ $\sqrt{3} = 1.732$ และ $\sqrt{5} = 2.236$ ให้ประมาณค่าต่อไปนี้

19.1 $10^2 (\sqrt[4]{729} + \sqrt{125})$

19.2 $7a^2 + 11ab - 7b^2$ เมื่อ $a = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ และ $b = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$

19.3 $x^2 - 4xy + y^2$ เมื่อ $x = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{\sqrt{6} - \sqrt{3}}$ และ $y = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}}$

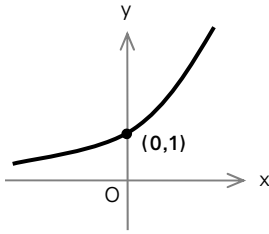
20. ให้หาเซตคำตอบของสมการต่อไปนี้

20.1 $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{x}} (2)^{\sqrt{2x+1}} = 1$

20.2 $2\sqrt{x} = x - 3$



14.



14.1 ถูก จุดตัดนั้นคือจุด (0,1)

14.2 ผิด กราฟรูปนี้ไม่ตัดแกน x (เพียงแค่เข้าใกล้มากขึ้นเรื่อยๆ เท่านั้น)

หมายเหตุ สองข้อนี้ถ้ามองในรูปสมการก็ไม่จำเป็นต้องเขียนกราฟ โดยการหาจุดตัดแกน y นั้นคือการแก้สมการเมื่อ $x=0$ (ซึ่งจะแก้ได้ 1 คำตอบคือ $y=1$) และการหาจุดตัดแกน x นั้นคือการแก้สมการเมื่อ $y=0$ (ซึ่งจะไม่มีคำตอบ x ใด)

14.3 ผิด ถึงแม้ว่า x จะติดลบ ค่า y ก็ยังเป็นบวก

14.4 ถูก เห็นได้จากชื่อกราฟ

15. ข้อนี้สามารถพิจารณาคำตอบจากกราฟได้อย่างง่ายดาย แต่ต้องระวังว่าค่า y ที่โจทย์กล่าวถึง ไม่ใช่ค่าของเลขยกกำลัง แต่ทั้ง x และ y เป็นเลขชี้กำลังทั้งคู่ (นั่นคือ $Y_1 = a^x$ และ $Y_2 = a^y$)

15.1 ถูก เมื่อ $a > 1$ กราฟจะเฉียงขึ้น ..หมายความว่า ยิ่งเลขชี้กำลังมากขึ้น ค่าของเลขยกกำลังนั้นจะมากขึ้นด้วยเสมอ (ดังนั้น ถ้าเลขชี้กำลัง $x < y$ จะได้ค่าของเลขยกกำลัง $a^x < a^y$ ตามกัน)

15.2 ผิด เมื่อ $0 < a < 1$ กราฟจะเฉียงลง ..หมายความว่า ยิ่งเลขชี้กำลังมากขึ้น ค่าของเลขยกกำลังนั้นจะยิ่งลดลง (ดังนั้น ถ้าเลขชี้กำลัง $x < y$ จะได้ค่าของเลขยกกำลัง $a^x > a^y$ คือสวนทางกัน)

16.1 ถูก ในข้อนี้ฐานเป็น 10 กราฟจะเฉียงขึ้น ทำให้สรุปได้ในลักษณะเดียวกับข้อ 15.1

16.2 ผิด จาก $(\frac{1}{2})^x < (\frac{1}{2})^y$ พบว่าฐานน้อยกว่า 1 จึงต้องสรุปว่า $x > y$ (ลักษณะเดียวกับข้อ 15.2)

16.3 ถูก เราสามารถยกกำลังสอง หรือถอดรูท ทั้งสองข้างได้ เมื่อทราบว่าทั้งสองข้างเป็นจำนวนบวก

17. ข้อนี้ถ้าแทนค่า k ลงไปคำนวณโดยตรง จะยุ่งยากเพราะต้องยกกำลังสอง แต่ที่จริงใจหุ้ยตั้งใจให้เราจัดรูปก่อนเพื่อให้คำนวณได้สะดวก

17.1 เนื่องจาก $k^2 + 2k + 1 = (k + 1)^2$ จึงได้คำตอบเป็น $((\sqrt{3} - 1) + 1)^2 = (\sqrt{3})^2 = 3$

17.2 เนื่องจาก $k^2 + 2k\sqrt{2} + 2 = (k + \sqrt{2})^2$ จึงได้คำตอบเป็น $((\sqrt{5} - \sqrt{2}) + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$

$$18.1 \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})}{(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})} = \frac{5 - \sqrt{10} - \sqrt{10} + 2}{5 - 2} = \frac{7 - 2\sqrt{10}}{3} \text{ ตอบ}$$

$$18.2 \text{ พิจารณา } \frac{1}{1 + \sqrt{2}} = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} \cdot \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} = \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - 2} = \frac{1 - \sqrt{2}}{-1}$$

$$\text{และ } \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2 - 3} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{-1}$$

เช่นกันกับทุกๆ พจน์ จากโจทย์จึงกลายเป็น

$$\frac{1 - \sqrt{2}}{-1} + \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{-1} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{4}}{-1} + \dots + \frac{\sqrt{8} - \sqrt{9}}{-1}$$

$$= -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{4} - \dots - \sqrt{8} + \sqrt{9}$$

$$= -1 + \sqrt{9} = -1 + 3 = 2 \text{ ตอบ}$$

$$18.3 \frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2}}{\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 10\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{2}}{9\sqrt{5}}$$

$$= \frac{8\sqrt{2}}{9\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{10}}{45} \text{ ตอบ}$$

น้องแนน : เอาสมการสองหารด้วยสมการหนึ่ง.. ได้ $32 = r^5$

พี่นาย : ฉะนั้น r ก็เลยเท่ากับ 2 ..เพราะว่า 2 ยกกำลัง 5 ได้ 32 พอดี

น้องแนน : แล้วก็เอาค่า r ไปแทนใช้ปะ ได้ $a_1 = -3$

พี่นาย : ตอนนี่เรารู้ทั้ง a_1 ทั้ง r ก็จะตอบคำถามได้แล้วครับ.. ข้อนี้ถามว่าผลบวกสามพจน์แรกเป็นเท่าไร ต้องไปแทนสูตรหาทีละพจน์ๆ มั้ย ไม่ต้องเนอะ เพราะอยากได้แค่พจน์ที่ 2 กับ 3 ไกลๆ นี้เอง

เราก็เอาพจน์แรกคือ -3 มาคูณไปที่ละ 2 จะได้สามพจน์แรกเป็น $-3, -6, -12$ นั่นเอง บวกกันแล้วได้คำตอบเป็น -21 ครับ!

ตัวอย่างที่ 5 ให้หาพจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้ และบอกค่าอัตราส่วนร่วม

- | | | | |
|---|-----|------------------------------|---------------------------------------|
| 1. 2, 6, 18, 54, 162 | ตอบ | พจน์ถัดไปคือ 486 | และ $r = 3$ |
| 2. $-2, 6, -18, 54, -162$ | ตอบ | พจน์ถัดไปคือ 486 | และ $r = -3$ |
| 3. 28, 14, 7, 3.5, 1.75 | ตอบ | พจน์ถัดไปคือ 0.875 | และ $r = \frac{1}{2}$ (หรือ 0.5) |
| 4. $-3, -6, -12, -24, -48$ | ตอบ | พจน์ถัดไปคือ -96 | และ $r = 2$ |
| 5. 3, $-6, 12, -24, 48$ | ตอบ | พจน์ถัดไปคือ -96 | และ $r = -2$ |
| 6. $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{24}, \frac{1}{48}$ | ตอบ | พจน์ถัดไปคือ $\frac{1}{96}$ | และ $r = \frac{1}{2}$ (หรือ 0.5) |
| 7. $\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{12}, -\frac{1}{24}, \frac{1}{48}$ | ตอบ | พจน์ถัดไปคือ $-\frac{1}{96}$ | และ $r = -\frac{1}{2}$ (หรือ -0.5) |
| 8. 2048, 512, 128, 32, 8 | ตอบ | พจน์ถัดไปคือ 2 | และ $r = \frac{1}{4}$ (หรือ 0.25) |
| 9. 100, 10, 1, 0.1, 0.01 | ตอบ | พจน์ถัดไปคือ 0.001 | และ $r = \frac{1}{10}$ (หรือ 0.1) |

ตัวอย่างที่ 6 ให้หาพจน์ที่ 5 และ 30 ของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

- $a_n = 8 \cdot 2^n$
ตอบ $a_5 = 8 \cdot 2^5 = 8 \cdot 32 = 256$ และ $a_{30} = 8 \cdot 2^{30} = 2^{33}$
- $a_n = 25 \cdot (-3)^n$
ตอบ $a_5 = 25 \cdot (-3)^5 = 25 \cdot (-243) = -6075$
และ $a_{30} = 25 \cdot (-3)^{30} = 25 \cdot 3^{30}$ (ติดลบยกกำลังเลขคู่จะกลายเป็นบวก)
- $a_n = 81 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$
ตอบ $a_5 = 81 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{1}{3}$ และ $a_{30} = 81 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{30} = \frac{1}{3^{26}}$

- 2, 6, 18, 54

วิธีคิด เนื่องจาก $r = 3$ จึงหาพจน์ที่ 5 โดยคูณไป 3 นั่นคือ $a_5 = 54 \cdot 3 = 162$ แต่พจน์ที่ 30 ควรหาโดยสูตร $a_{30} = a_1 \cdot r^{29}$..จะได้ $a_{30} = 2 \cdot 3^{29}$



5. 28, 14, 7, 3.5

วิธีคิด เนื่องจาก $r = \frac{1}{2}$ จึงหาพจน์ที่ 5 โดยคูณไป $\frac{1}{2}$ นั่นคือ $a_5 = 3.5 \cdot \frac{1}{2} = 1.75$
แต่พจน์ที่ 30 ควรหาโดยสูตร $a_{30} = a_1 \cdot r^{29}$..จะได้ $a_{30} = 28 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{29} = \frac{7}{2^{27}}$

6. 3, -6, 12, -24

ตอบ $a_5 = (-24)(-2) = 48$ และ $a_{30} = 3 \cdot (-2)^{29} = -3 \cdot 2^{29}$

7. 100, 10, 1, 0.1

ตอบ $a_5 = (0.1)(0.1) = 0.01$ และ $a_{30} = 100 \cdot (0.1)^{29} = \frac{100}{10^{29}} = \frac{1}{10^{27}}$

(ในข้อนี้เราจะใช้ r เป็น 0.1 หรือเป็นเศษส่วน $\frac{1}{10}$ ก็ได้ แล้วแต่ความถนัดนะครับ)

ตัวอย่างที่ 7 ให้หาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

1. 2, 6, 18, 54, 162

วิธีคิด ใช้สูตร $a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$ โดยแทนค่า a_1 กับ r ลงไป

จะได้ $a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)} = 2 \cdot 3^{(n-1)} = 2 \cdot 3^n \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \cdot 3^n$ **ตอบ**

2. -2, 6, -18, 54, -162

ตอบ $a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)} = (-2) \cdot (-3)^{(n-1)} = (-2) \cdot (-3)^n \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3} \cdot (-3)^n$

3. 28, 14, 7, 3.5, 1.75

ตอบ $a_n = 28 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{(n-1)} = 28 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot 2 = 56 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$

4. -3, -6, -12, -24, -48

ตอบ $a_n = (-3) \cdot (2)^{(n-1)} = (-3) \cdot (2)^n \cdot \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} \cdot 2^n$

5. 3, -6, 12, -24, 48

ตอบ $a_n = 3 \cdot (-2)^{(n-1)} = 3 \cdot (-2)^n \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2} \cdot (-2)^n$

6. $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{24}, \frac{1}{48}$

ตอบ $a_n = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{(n-1)} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot 2 = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$

7. 2048, 512, 128, 32, 8

ตอบ $a_n = 2048 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{(n-1)} = 2048 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n \cdot 4 = 8192 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n$

8. 100, 10, 1, 0.1, 0.01

ตอบ $a_n = 100 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{(n-1)} = 100 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^n \cdot 10 = 1000 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^n$

แนวข้อสอบ O-NET 2549-2554

41. ถ้าผลบวกและผลคูณของสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่มี d เป็นผลต่างร่วมเท่ากับ $\boxed{15}$ และ 45 ตามลำดับ แล้ว ค่าของ d เท่ากับเท่าใด
42. ถ้าผลบวกและผลคูณของสามพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี r เป็นอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 21 และ 64 ตามลำดับ แล้ว ค่าของ r เท่ากับเท่าใด
43. กำหนดให้ a_1, a_2, a_3 เป็นลำดับเรขาคณิต โดยที่ $a_1 = 3$ และ $a_3 = 75$ ดังนั้น ค่าของ a_2 จะเป็นเท่าใดได้บ้าง
44. ให้หาพจน์ที่ 16 ของลำดับเรขาคณิต $\frac{1}{243}, \frac{1}{81\sqrt{3}}, \frac{1}{81}, \dots$
45. อนุกรมต่อไปนี้ไม่มีที่พจน์
- (ก) $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) + \dots + 199$
- (ข) $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)} + \dots + \frac{1}{199}$
- (ค) $1 + 3 + 9 + \dots + (3^{n-1}) + \dots + 3^{199}$
- (ง) $\frac{1}{3} + \frac{1}{27} + \frac{1}{243} + \dots + \frac{1}{3^{2n-1}} + \dots + \frac{1}{3^{199}}$
46. ผลบวกของอนุกรมต่อไปนี้เท่ากับเท่าใด
- (ก) $1 + 5 + 9 + 13 + \dots + 141$ (ข) $2 - 4 + 8 - 16 + \dots + 512$
47. เจ้าของสวนปลูกต้นมะม่วงเป็นแถว แถวแรก 15 ต้น แถวที่สอง 17 ต้น แถวที่สาม 19 ต้น เพิ่มขึ้นตามลำดับเลขคณิตไปเรื่อยๆ ถ้าเขาปลูกต้นมะม่วงไว้ทั้งหมด 20 แถว จะมีต้นมะม่วงรวมทั้งหมดกี่ต้น
48. กำหนดให้ a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับเรขาคณิต ถ้า $a_2 = 4$ และ $a_5 = -32$ แล้ว ผลบวก 9 พจน์แรกของลำดับนี้เท่ากับเท่าใด
49. กำหนดให้ S_n เป็นผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต ถ้า $S_{10} = 15$ และ $S_5 = 95$ แล้ว พจน์ที่ 11 ของอนุกรมนี้เท่ากับเท่าใด
50. กำหนดให้ $A = \{251, 252, 253, \dots, 900\}$ ถ้า a คือผลบวกของจำนวนคู่ทั้งหมดใน A และ b คือผลบวกของจำนวนคี่ทั้งหมดใน A แล้ว ค่าของ $b - a$ เท่ากับเท่าใด
51. กำหนดให้ S_n เป็นผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต ซึ่งมีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 3 ถ้า $S_9 - S_7 = 30$ แล้ว พจน์ที่ 8 ของอนุกรมนี้เท่ากับเท่าใด
52. ถ้าผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมหนึ่งคือ $S_n = 2n^2 - 3$ แล้ว พจน์ที่ 11 ของอนุกรมนี้มีค่าเท่ากับเท่าใด
53. ถ้า a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับเลขคณิต ซึ่งมีค่า $a_2 + a_3 + \dots + a_{11} = 150$ แล้ว ผลบวก 12 พจน์แรกของลำดับนี้ (หรือ S_{12}) มีค่าเท่ากับเท่าใด
54. $\sum_{i=1}^{40} ((-1)^i + 1)i$ มีค่าเท่าใด (คิดโดยแทนค่า i เป็น 1, 2, 3, ... ไปจนถึง 40)
55. ถ้า a เป็นจำนวนจริงที่ไม่ใช่ 1 และ $a^{12} - 3a + 2 = 0$ แล้ว ให้หาผลบวกของอนุกรม $1 + a + a^2 + \dots + a^{11}$

พินัย : เราคิดจำนวนทั้งหมดไว้แล้ว “เลขสามหลักไม่ใช่ซ้ำ” มี 100 จำนวน ตั้งลบออกด้วย “เลขสามหลักไม่ใช่ซ้ำ ที่เป็นเลขคู่” 48 จำนวน สิ่งที่เหลือก็คือ “เลขสามหลักไม่ใช่ซ้ำ ที่เป็นเลขคู่” นั่นเอง ฉะนั้นสามารถลบได้เลยจ๊ะ

แต่ถ้าสมมติเรายังไม่ได้หาจำนวนคี่ว่ามี 48 จำนวน ก็คิดอันนี้ตรงๆ ไปเลย

เลือกเลขหลักหน่วยก่อน ได้ 3 วิธี คือ 0 หรือ 2 หรือ 4
จากนั้นไปเลือกหลักร้อย แต่จะเห็นว่าหลักร้อยเริ่มมีปัญหาละ เพราะถ้าหลักหน่วยใช้เลข 0 เนี่ย หลักร้อยจะเป็นอะไรก็ได้ใน 1 ถึง 5 ..แต่ถ้าหลักหน่วยเกิดใช้ 2 หรือ 4 นะ หลักร้อยจะเหลือเลขที่ใช้ได้แค่ 4 ตัวเอง

เพราะฉะนั้นตรงนี้หนีไม่พ้นการแยกกรณีจ๊ะ!

น้องแนน : งั้นแยกเลย..

กรณีหลักหน่วยเป็น 0 ..จะได้ หลักหน่วย 1 วิธี, หลักร้อย 5 วิธี, หลักสิบ 4 วิธี
กรณีหลักหน่วย 2, 4 ..จะได้ หลักหน่วย 2 วิธี, หลักร้อย 4 วิธี, หลักสิบ 4 วิธี
ก็เลยตอบ “ $1 \times 5 \times 4$ ” บวกด้วย “ $2 \times 4 \times 4$ ” .. $20 + 32 = 52$ วิธี เป๊ะ!

พินัย : ว้าวๆ น้องแนนอนาคตไกลนะเนี่ย

น้องพี : ไกลความเจริญ ฮ่าๆ

น้องแนน : วิะ ไอบ้า!

พินัย : เอาละ โจทย์เดิมขอถามอีกแบบ คราวนี้ยากสุดๆ ละครับ

ต้องการหาจำนวนสามหลักที่ค่ามากกว่า 350 และแต่ละหลักไม่ซ้ำกันเลย

น้องแนน : งั้นหลักร้อยก็ต้องสามหรือสี่หรือห้า ก็เป็น 3 แบบ..

แล้วหลักสิบก็ ... อืม มันไม่เท่ากันอะ มันแล้วแต่

พินัย : ตอนนี่เกิดอาการงงที่หลักสิบเนอะ ไม้รู้จะได้กี่แบบดี เพราะว่าถ้าหลักร้อยเป็น 3 หลักสิบก็ต้องเป็นเลข 5 เท่านั้น แต่ถ้าหลักร้อยเป็น 4 หรือ 5 หลักสิบจะเป็นอะไรก็ได้ ไซปะ

ถ้าเจออาการงงๆ ไม้แนไม่นอนแบบนี้ เราก็ต้องแยกกรณีให้มันชัดๆ ไปเลย!

กรณีแรก หลักร้อยเป็นเลข 3

เลือกหลักร้อยได้ 1 วิธี หลักสิบเป็นเลขห้าเท่านั้นก็ได้ 1 วิธีเหมือนกัน และสุดท้ายหลักหน่วย เหลืออยู่ 4 เลข แต่ใช้ศูนย์ไม่ได้เพราะจะเป็น 350 พอดี (เค้าต้องการจำนวนที่มากกว่า 350) จึงใช้ได้แค่ 3 ตัว

สรุปแล้วก็ $1 \times 1 \times 3$ เท่ากับ 3 จำนวน.. ได้แก่อะไรบ้างจ๊ะ

วิธีคิด กรณีบอลลูกแรกหยิบได้เลขที่ ..จะเป็นไปได้ $5 \times 10 = 50$ แบบ

กรณีบอลลูกแรกหยิบได้เลขคู่ ..จะเป็นไปได้ $5 \times 9 = 45$ แบบ

ตอบ การหยิบบอล 2 ลูกตามเงื่อนไขในโจทย์ จะเป็นไปได้ $50 + 45 = 95$ แบบ

7. จากผลลัพธ์ในข้อที่แล้ว มีกี่แบบที่หมายเลขบนลูกบอลทั้งสองคูณกันได้เลขคู่

วิธีคิด การที่ตัวเลข 2 ตัวคูณกันได้เลขคู่ แปลว่าต้องมีอย่างน้อยตัวหนึ่งที่เป็นเลขคู่

คิดแบบที่ 1 คิดตรงๆ เหมือนในข้อที่แล้ว

กรณีบอลลูกแรกได้เลขคี่ อีกลูกต้องเลขคู่เท่านั้น ..จะได้ $5 \times 5 = 25$ แบบ

กรณีบอลลูกแรกได้เลขคู่ อีกลูกจะเป็นอะไรก็ได้ ..จะได้ $5 \times 9 = 45$ แบบ

ตอบ การหยิบได้หมายเลขที่คูณกันได้เลขคู่ มีอยู่ $25 + 45 = 70$ แบบ

คิดแบบที่ 2 ใช้วิธีลบออก

นำจำนวนแบบทั้งหมด (จากข้อที่แล้ว) ลบด้วยแบบที่ไม่ต้องการ คือได้เลขคี่ทั้งสองลูก ซึ่งวิธีที่บอลลูกแรกหยิบได้เลขคี่ บอลอีกลูกก็เป็นเลขคี่ ..มีอยู่ $5 \times 5 = 25$ แบบ

ตอบ การหยิบได้หมายเลขที่คูณกันได้เลขคู่ มีอยู่ $95 - 25 = 70$ แบบ 70

8. จำนวน 4 หลัก ที่ประกอบด้วยเลขโดด 0, 1, 3, 5, 6, 7, 8 ตามเงื่อนไขนี้มีได้กี่แบบ

8.1 ในแต่ละหลักใช้เลขซ้ำกันได้

วิธีคิด มีเลขอยู่ 7 ตัว ซึ่งมี 0 ปนอยู่ด้วย.. หลักพันเลือกได้ 6 วิธี (ห้ามใช้เลข 0)

หลักร้อย หลักสิบ หลักหน่วย ต่างก็เลือกได้ 7 วิธี คือใช้เลขใดก็ได้

ตอบ สามารถสร้างได้ทั้งหมด $6 \times 7 \times 7 \times 7 = 2058$ จำนวน

8.2 เป็นจำนวนคี่ และในแต่ละหลักใช้เลขซ้ำกันได้

วิธีคิด หลักพันเลือกได้ 6 วิธี (ห้ามใช้เลข 0)

หลักร้อย หลักสิบ เลือกได้ 7 วิธี คือใช้เลขใดก็ได้

หลักหน่วย เลือกได้ 4 วิธี เพื่อให้จำนวนที่สร้างได้เป็นจำนวนคี่ (คือ 1, 3, 5, หรือ 7)

ตอบ สามารถสร้างได้ทั้งหมด $6 \times 7 \times 7 \times 4 = 1176$ จำนวน

8.3 เป็นจำนวนคู่ และในแต่ละหลักใช้เลขซ้ำกันได้

วิธีคิดแบบที่ 1 ใช้ผลลัพธ์จากข้อที่ผ่านมา เพราะนอกจากจำนวนคี่ก็ต้องเป็นจำนวนคู่

ตอบ มีจำนวนคู่อยู่ $2058 - 1176 = 882$ จำนวน

วิธีคิดแบบที่ 2 คิดใหม่ตรงๆ.. หลักพันเลือกได้ 6 วิธี (ห้ามใช้เลข 0)

หลักร้อย หลักสิบ เลือกได้ 7 วิธี คือใช้เลขใดก็ได้

หลักหน่วย เลือกได้ 3 วิธี เพื่อให้จำนวนที่สร้างได้เป็นจำนวนคู่ (คือ 0, 6, หรือ 8)

ตอบ สามารถสร้างได้ทั้งหมด $6 \times 7 \times 7 \times 3 = 882$ จำนวน



71. ข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด
- (ก) การทดลองสุ่ม เป็นการทดลองที่ทราบว่าจะผลลัพธ์อาจเป็นอะไรได้บ้าง
 - (ข) แต่ละผลลัพธ์ของการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นเท่ากัน
72. ในการชั่งน้ำหนักนักเรียนทุกคนในชั้น พบว่านักเรียนที่หนักที่สุดหนัก 77 กิโลกรัม นักเรียนที่เบาที่สุดหนัก 45 กิโลกรัม เซตใดเป็นปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มนี้
- (ก) $A = \{W \mid W \text{ เป็นน้ำหนักในหน่วยกิโลกรัมของนักเรียนในชั้น}\}$
 - (ข) $B = \{W \mid 45 \leq W \leq 77\}$
73. ในการหยิบบัตรสามใบ โดยหยิบทีละใบจากบัตรสี่ใบ ซึ่งมีหมายเลข 0, 1, 2 และ 3 ให้หาความน่าจะเป็นที่ตัวเลขจากใบที่สาม มากกว่าผลรวมของตัวเลขจากสองใบแรก
74. มีกล่อง 2 ใบ แต่ละใบมีลูกบอลหมายเลข 1-6 อย่างละลูก ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลจากกล่อง กล่องละหนึ่งลูก ให้หาความน่าจะเป็นที่ได้ลูกบอลที่มีหมายเลขต่างกัน
75. กล่องใบหนึ่งบรรจุสลากหมายเลข 0-9 อย่างละใบ ถ้าสุ่มหยิบสลากสองใบ หยิบทีละใบแบบไม่ใส่คืน ให้หาความน่าจะเป็นที่ได้สลากหมายเลขสูงกว่า 6 จำนวนหนึ่งใบ
76. กำหนดให้ $A = \{0, 1, 2\}$ $B = \{4, 5, \dots, 16\}$ และ $r = A \times B$ ถ้าสุ่มหยิบคู่อันดับมา 1 คู่ จากความสัมพันธ์ r แล้ว ความน่าจะเป็นที่จะได้คู่อันดับในลักษณะ (m, n) ซึ่ง 4 หาร n แล้วเหลือเศษ 1 เท่ากับเท่าใด

77. ข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด
- (ก) สถิติเชิงพรรณนา คือการวิเคราะห์ขั้นต้นที่อธิบายลักษณะโดยรวมของข้อมูล
 - (ข) ข้อมูลที่เป็นหมายเลขช่องโทรศัพท์ ถือเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ
 - (ค) ข้อมูลทุติยภูมิ คือข้อมูลที่ผู้ใช้เก็บรวบรวมจากแหล่งข้อมูลโดยตรง
 - (ง) ข้อมูลความพึงพอใจของลูกค้าจากการสำรวจ จัดเป็นข้อมูลปฐมภูมิ เชิงปริมาณ
 - (จ) การเลือกใช้ค่ากลาง ควรพิจารณาจากลักษณะของข้อมูล และการนำไปใช้
78. ข้อมูลชุดหนึ่งถูกนำเสนอตั้งตารางต่อไปนี้ ให้หาค่าในตารางที่หายไป

อันตรภาคชั้น	ความถี่	ความถี่สะสม	ความถี่สัมพัทธ์
10 - 19			
20 - 29		9	0.3
30 - 39		16	
40 - 49	4		0.2

79. นักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 199 คน มีเงินเฉลี่ย 50 บาท ถ้านักเรียนซึ่งมีเงิน 44, 45, 47 และ 52 บาท ออกจากกลุ่ม และเพิ่มนักเรียน 5 คนซึ่งมีเงินเฉลี่ย 54 บาท เข้ามาแทน แล้ว เงินเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดจะกลายเป็นเท่าใด

80. ถ้าผลสอบสี่วิชาของนักเรียนเป็นดังนี้ แล้ว นักเรียนจะได้เกรดเฉลี่ยเท่าใด

หน่วยกิต	2	1.5	1	1.5
เกรดที่ได้	1	2	4	4

81. ให้หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของ 3, 7, 5, 4, 6, 2, 9, 4, 4, 6

4. การแจกแจงความถี่ของข้อมูล คือการจัดข้อมูลที่มีอยู่ให้เป็นกลุ่มๆ เพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์ และจัดเก็บ โดยดำเนินการดังนี้

- แบ่งค่าข้อมูลที่เป็นไปได้ออกเป็นช่วงๆ ตามที่ต้องการ เรียกแต่ละช่วงว่าอันตรภาคชั้น
- พิจารณาวามีข้อมูลที่มีค่าอยู่ในแต่ละช่วงเป็นปริมาณเท่าใด เรียกปริมาณนั้นว่าความถี่

5. นิยมเขียนอันตรภาคชั้นและความถี่ของแต่ละชั้นในรูปตาราง โดยกำหนดความกว้างแต่ละชั้นเท่าๆ กัน (แต่อันตรภาคชั้นบนสุดหรือล่างสุดอาจเป็นอันตรภาคชั้นเปิดก็ได้ เช่น “มากกว่า 80”)

- ค่าขอบล่าง และขอบบน คือค่ากึ่งกลางระหว่างรอยต่ออันตรภาคชั้น
- ความกว้างอันตรภาคชั้น หาได้จาก ผลต่างของขอบบนและขอบล่างของชั้นนั้น

6. ความถี่สะสม คือ “ผลรวมความถี่ชั้นนั้น กับความถี่ชั้นที่มีค่าข้อมูลต่ำกว่าทั้งหมด”

- ความถี่สัมพัทธ์ และความถี่สะสมสัมพัทธ์ คืออัตราส่วนความถี่หรือความถี่สะสมเทียบกับความถี่รวม (N) ดังนั้นความถี่สัมพัทธ์รวมต้องได้ 1 เสมอ และความถี่สะสมสัมพัทธ์ของชั้นสูงสุดก็ต้องเป็น 1 เช่นกัน

- บางครั้งความถี่สัมพัทธ์และความถี่สะสมสัมพัทธ์ใช้เป็นแบบ “ร้อยละ”

โดยการคูณด้วย 100 เพื่อปรับผลรวมความถี่จาก 1 เป็น 100

7. ฮิสโทแกรม คือแผนภูมิแท่งสี่เหลี่ยมวางเรียงติดกัน โดยให้แกนนอนแทนค่าข้อมูล x (เขียนกำกับด้วยขอบบนขอบล่างของชั้น หรือด้วยจุดกึ่งกลางชั้นก็ได้) และแกนตั้งแทนค่าความถี่ f ดังนั้นความสูงของแท่งสี่เหลี่ยมจะแปรตามความถี่ของชั้นนั้นๆ

- รูปหลายเหลี่ยมของความถี่ คือรูปที่เกิดจากการลากเส้นตรงเชื่อมจุดกึ่งกลางยอดแท่งสี่เหลี่ยมของฮิสโทแกรมแต่ละแท่ง (โดยลากเส้นตรงไปบรรจบ 0 ที่กึ่งกลางชั้นก่อนหน้า และหลังสุดของที่มีอยู่ เพื่อให้กลายเป็นรูปปิดซึ่งมีพื้นที่เท่าฮิสโทแกรมเดิม)

- เส้นโค้งของความถี่ คือรูปที่เกิดจากการปรับเส้นตรงในรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ ให้เป็นเส้นโค้ง โดยพยายามให้มีพื้นที่ใกล้เคียงเดิมที่สุด ลักษณะทั่วไปของเส้นโค้งมี 3 แบบ (*รูปหลายเหลี่ยมและเส้นโค้งของความถี่ จะกล่าวถึงในเนื้อหาตอนถัดไป)

8. แผนภาพต้นไม้ ใช้จัดข้อมูลให้เป็นกลุ่มเพื่อเห็นลักษณะคร่าวๆ ได้ผลดีกว่าตารางและฮิสโทแกรม เพราะข้อมูลดิบแต่ละค่าไม่สูญหายไป

- วิธีเขียนคือตัดหลักข้อมูลออกเป็นสองกลุ่ม แล้วนำกลุ่มหน้ามาเรียงไว้เป็นลำต้นในแนวตั้ง จากนั้นจึงนำหลักที่เหลือเขียนต่อท้ายในบรรทัดเดียวกัน เป็นใบ

- สิ่งวิเคราะห์ได้จากแผนภาพต้นไม้-ใบ เช่น ช่วงใดมีความถี่มากที่สุด, ข้อมูลที่ต่ำที่สุด สูงที่สุด และตรงกลางเป็นเท่าใด, และใช้เปรียบเทียบลักษณะของข้อมูล 2 ชุดได้ด้วย



แนวข้อสอบ O-NET 2549-2554

82. ในการสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง มีตารางแจกแจงความถี่ของผลการสอบดังนี้ ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเป็น 11.25 แล้ว นักเรียนจำนวน x คน คิดเป็นร้อยละเท่าใด

คะแนน	ความถี่ (คน)
1 - 5	3
6 - 10	5
11 - 15	x
16 - 20	4

83. อายุเฉลี่ยของคนกลุ่มหนึ่งเท่ากับ 21 ปี ถ้าอายุเฉลี่ยของผู้หญิงในกลุ่มเท่ากับ 17 ปี และอายุเฉลี่ยของผู้ชายในกลุ่มเท่ากับ 24 ปี แล้ว อัตราส่วนระหว่างจำนวนผู้หญิงต่อจำนวนผู้ชายในกลุ่มนี้เท่ากับเท่าใด

84. ข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด

- (ก) ข้อมูลชุดที่มีบางค่าสูงผิดปกติ ควรหาค่ากลางโดยมัธยฐาน
- (ข) สำหรับข้อมูลชุดที่มีฐานนิยม ค่าฐานนิยมจะตรงกับข้อมูลตัวใดตัวหนึ่งเสมอ
- (ค) ข้อมูลที่เป็นการกระจายเบ้ทางขวา จะมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตน้อยกว่าฐานนิยม
- (ง) เมื่อสุ่มข้อมูลมา 1 ตัว ความน่าจะเป็นที่ได้ข้อมูลค่ามากกว่ามัธยฐาน $< 1/2$

85. จากข้อมูลชุดต่อไปนี้ 44, 46, 47, 47, 49, 50, 50, 52, 54, 55

ถ้ามีข้อมูล 47 มาเพิ่มอีกตัว ค่ากลางหรือค่าการกระจายชนิดใดไม่เปลี่ยนแปลง

86. ครอบครัวหนึ่งมีลูก 4 คน โดย 2 คนมีส่วนสูงเท่ากัน ถ้าส่วนสูงของลูกทั้ง 4 คน มีฐานนิยม มัธยฐาน และพิสัย เท่ากับ 164, 166.5 และ 9 เซนติเมตร ตามลำดับแล้ว ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของส่วนสูงของลูกทั้ง 4 คน มีค่าเท่ากับเท่าใด

87. นักเรียนกลุ่มหนึ่งมีจำนวน 60 คน สมใจได้คะแนนตรงกับควอร์ไทล์ที่ 3 สมควรได้คะแนนตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 64 และสมหวังได้คะแนนสูงเป็นอันดับที่ 18 ให้เรียงลำดับชื่อผู้ที่ได้คะแนนจากน้อยไปมาก

88. จากผลการสอบของนักเรียน 59 คน พบว่าควอร์ไทล์ที่ 1 ของคะแนนเท่ากับ 27 โดยมีนักเรียนที่ได้ 27 คะแนนเพียงคนเดียว และมีนักเรียน 54 คนได้คะแนนน้อยกว่าหรือเท่ากับ 81 ให้หาจำนวนนักเรียนที่สอบได้คะแนนในช่วง 27 - 81 คะแนน

89. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย 4, 5, 6, 9, 12, 15, 15, 17, 18, 19, 19

ข้อมูลในตำแหน่งควอร์ไทล์ที่ 3 และเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 35 มีค่าต่างกันเท่าใด

90. คะแนนสอบของนักเรียน 5 คน มีค่าควอร์ไทล์ที่ 1, ควอร์ไทล์ที่ 2 และควอร์ไทล์ที่ 3 เท่ากับ 18, 20, 25 คะแนน ตามลำดับ ให้หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนชุดนี้

91. สำหรับสินค้าประเภทหนึ่ง ถ้ามีราคาทุน x บาท จะตั้งราคาขาย $y = 25 + 2x$ บาท ถ้าสินค้า 5 ชิ้นมีราคาทุนเท่ากับ 43, 45, 46, 47, 49 บาท ตามลำดับแล้ว ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของราคาขายสินค้า 5 ชิ้นนี้ เท่ากับเท่าใด

92. จากผลคะแนนสอบของนักเรียน 80 คน ที่แสดงด้วยแผนภาพกล่อง ให้หา

(ก) ช่วงคะแนน 25% ต่ำสุดของแต่ละวิชา

(ข) ช่วงคะแนนที่มีการกระจายน้อยที่สุด

